

Задачи с параметром

Домашняя работа № 2

(квадратные уравнения с параметром)

Теоретический минимум.

Опр. Уравнение $Ax^2 + Bx + C = 0$, где A , B и C – выражения, зависящие от параметра a , называется *квадратным уравнением с параметром*.

Схема исследования квадратного уравнения с параметром:

1. Если $A = 0$, то уравнение примет вид $Bx + C = 0$. Исследуем линейное уравнение.
2. Если $A \neq 0$, то уравнение имеет:
 - а) два различных корня ($x_1 \neq x_2$) при $D = B^2 - 4AC > 0$;
 - б) два равных корня ($x_1 = x_2$) при $D = B^2 - 4AC = 0$;
 - в) ни одного корня ($x \in \emptyset$) при $D = B^2 - 4AC < 0$.

№	Задание	Ответ
	Для каждого значения параметра a решить уравнение	
1	$x^2 + 6x + a = 0$	При $a < 9$ $x = -3 \pm \sqrt{9 - a}$; при $a = 9$ $x = -3$; при $a > 9$ $x \in \emptyset$.
2	$x^2 - 2ax + 5a - 6 = 0$	При $a < 2$ и $a > 3$ $x = a \pm \sqrt{a^2 - 5a + 6}$; при $a = 2$ $x = 2$; при $a = 3$ $x = 3$; при $2 < a < 3$ $x \in \emptyset$.
3	$2x^2 - 3ax - 2a^2 + 2 = 0$	При $a < -0,8$ и $a > 0,8$ $x = \frac{3a \pm \sqrt{25a^2 - 16}}{4}$; при $a = -0,8$ и $a = 0,8$ $x = \frac{3a}{4}$; при $-0,8 < a < 0,8$ $x \in \emptyset$.
4	$x^2 - 3ax + 4 = 0$	При $a < -\frac{4}{3}$ и $a > \frac{4}{3}$ $x = \frac{3a \pm \sqrt{9a^2 - 16}}{2}$; при $a = \frac{4}{3}$ $x = 2$; при $a = -\frac{4}{3}$ $x = -2$; при $-\frac{4}{3} < a < \frac{4}{3}$ $x \in \emptyset$.
5	$(a + 4)x^2 - 6x + a - 4 = 0$	При $a = -4$ $x = -\frac{4}{3}$; при $a = -5$ и $a = 5$ $x = \frac{3}{a + 4}$; при $a \in (-5; -4) \cup (-4; 5)$ $x = \frac{3 \pm \sqrt{25 - a^2}}{a + 4}$; при $a \in (-\infty; -5) \cup (5; +\infty)$ $x \in \emptyset$.
6	$ax^2 + 2x + 1 = 0$	При $a = 0$ $x = -0,5$; при $a = 1$ $x = -1$; при $a > 1$ $x \in \emptyset$; при $a \in (-\infty; 0) \cup (0; 1)$ $x = \frac{-1 \pm \sqrt{1 - a}}{a}$.